Chapitre 10 – cinématique du point

I/ ETUDE CINEMATIQUE

La cinématique est l'étude du mouvement indépendamment des causes qui le provoquent. En reliant vitesse et durée de chute, Galilée, au 17ème siècle, fut le premier scientifique à considérer le temps comme une grandeur qui intervient dans la description du mouvement des corps.

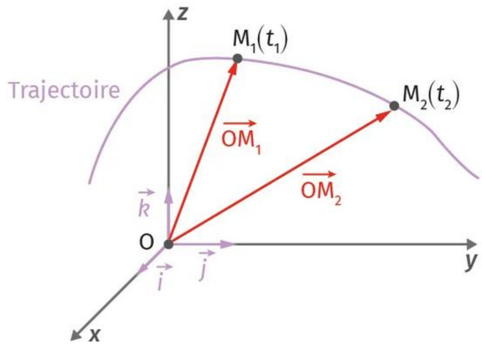
C'est également Galilée qui a établi que la description du mouvement des corps dépend de la référence choisie pour l'étudier.

A/ Référentiel et repères

Le ………………….. est le solide de référence par rapport auquel on étudie le mouvement d'un point.

A un référentiel sont associés :

- ⇨ un ……………………………. qui donne la position du point.
- ⇨ un ……………………………. qui permet d'associer une date à chaque position. L'origine des dates est fixée arbitrairement et un dispositif appelé horloge mesure la durée entre deux dates.



B/ Vecteur position

La **position** d'un point M à la date t est donnée par le vecteur position $\overrightarrow{\mathrm{OM}}$.

Dans le repère $(O;\ \vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$:

Les notations $x(t)$, $y(t)$ et $z(t)$ précisent que les coordonnées d'un point en mouvement sont des fonctions du temps.

La distance OM (valeur du vecteur) est donnée par $\|\overrightarrow{\mathrm{OM}}\| =$

L'ensemble des positions occupées successivement par le point M au cours du temps constitue la …………………….. de ce point. La …………………. dépend du référentiel d'étude.

Exemple : *Donner l'équation de la trajectoire et la nature de la trajectoire du mouvement suivant :*

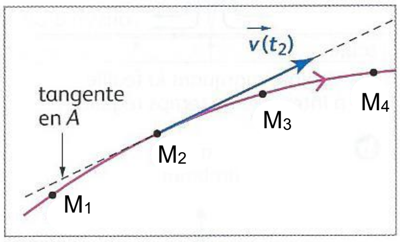
$$\overrightarrow{\mathrm{OM}}\begin{cases} x = 3t \\ y = 6t^2 \\ z = 0 \end{cases}$$

C/ Vecteur vitesse

1/ Vecteur vitesse moyenne

La vitesse moyenne d'un point M à la date t_2 est donnée par la relation :

$$\overrightarrow{v_2}\left| \begin{array}{l} direction: \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ sens: \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ valeur: \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ point\ d'application: \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{array} \right.$$



L'utilisation du vecteur position $\overrightarrow{\mathrm{OM}}$ permet d'écrire :

$$\overrightarrow{\mathrm{v_{moy}}} = \frac{\overrightarrow{\mathrm{OM}_{(t2+\Delta t)}} - \overrightarrow{\mathrm{OM}_{(t2)}}}{\Delta\ \mathrm{t}}$$

2/ Vecteur vitesse instantanée

Lorsque Δt tend vers zéro, le rapport $\frac{\Delta\overrightarrow{\mathrm{OM}}}{\Delta t}$ est la dérivée du vecteur position $\overrightarrow{\mathrm{OM}}$ par rapport au temps à la date t. En physique, cette dérivée est appelée vecteur vitesse instantanée à la date t :

$$\vec{\mathrm{v}} = \lim_{\Delta \mathrm{t}\to 0} \frac{\overrightarrow{\mathrm{OM}_{(t2+\Delta t)}} - \overrightarrow{\mathrm{OM}_{(t2)}}}{\Delta\ \mathrm{t}}$$

On a donc $\vec{\mathrm{v}} = \frac{\mathrm{d}\overrightarrow{\mathrm{OM}_{(t)}}}{\mathrm{dt}}$

- Dans un référentiel donné, le vecteur vitesse instantanée du point A à la date t est égale à la dérivée par rapport au temps du vecteur position $\overrightarrow{\mathrm{OM}}$ à cette date :
- Le vecteur vitesse est porté par la tangente à la trajectoire et orienté dans le sens du mouvement.
- L'unité de la valeur de la vitesse est $m.s^{-1}$.

3/ Coordonnées du vecteur vitesse

Les coordonnées cartésiennes v_x, v_y et v_z du vecteur vitesse sont les dérivées par rapport au temps des coordonnées du vecteur position.

Avec $\overrightarrow{\mathrm{OM}} = x\vec{\imath} + y\vec{\jmath} + z\vec{k}$, on a $\vec{v}(t) =$

La valeur de la vitesse (norme du vecteur) est :

D/ Mouvement rectiligne uniforme

Le mouvement est rectiligne uniforme si le vecteur vitesse est ....

Le vecteur vitesse $\vec{v}$ garde même ...., même .... et sa valeur est ....

Exemple : *Dans le repère* $(O;\ \vec{\imath},\vec{\jmath})$*, les coordonnées du vecteur position d'un point* M *sont* $x(t) = 2{,}0t$ *et* $y(t) = -4{,}0t + 1{,}0$ *(avec x et y en mètre et t en seconde). Donner les coordonnées du vecteur vitesse, la valeur de la vitesse et en déduire le mouvement du point* M*.*

II/ DE LA VITESSE A L'ACCELERATION

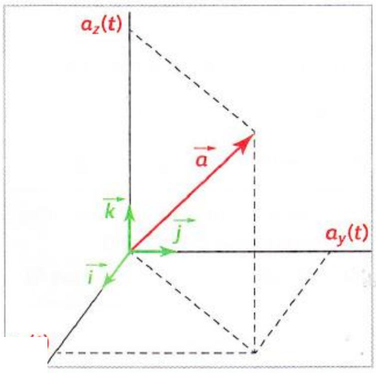
Pour rendre compte de la variation de la vitesse par rapport au temps d'un point en mouvement, on définit un vecteur accélération $\vec{a}$.

A/ Vecteur accélération

Il caractérise les variations du vecteur vitesse.

1/ Définition

☑ **Le vecteur accélération d'un point mobile est à chaque instant égal à la dérivée par rapport au temps du vecteur vitesse de ce point :**



8 *Vecteur accélération dans un repère cartésien.*

☑ *Unité :*

Les unités

On note $\frac{d^2x}{dt^2}$ la dérivée seconde de la fonction $x(t)$ par rapport à la variable temps t.

2/ Expressions en coordonnées cartésiennes

• ***Exemple :*** $\overrightarrow{OM}(t) \begin{vmatrix} x(t) = 6t + 1 \\ y(t) = 2t^2 \\ z(t) = 0 \end{vmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{v_M}(t) \begin{vmatrix} V_x(t) = ... \\ V_y(t) = ... \\ V_z(t) = ... \end{vmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{a_M}(t) \begin{vmatrix} a_x(t) = ... \\ a_y(t) = ... \\ a_z(t) = ... \end{vmatrix}$

$\overrightarrow{a_M}(t) =$ ……….. et $a_M =$ …………….. C'est un vecteur ………………

B/ Differents mouvements

1/ Mouvement rectiligne et uniforme

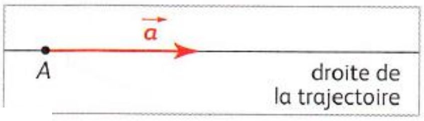
☑ La trajectoire est ………………………..…………

☑ Le vecteur vitesse est ……………………………………………………………………………..

☑ Le vecteur accélération est.……………..……………………………………………………………

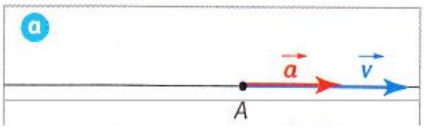
2/ Mouvement rectiligne uniformément varié

Définition : ……………………………………………………….............
………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………

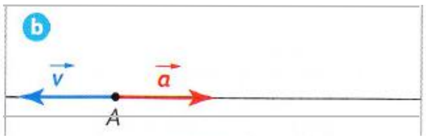


Droite trajectoire et vecteur accélération du point A.

Cas a : Si $\vec{a} \cdot \vec{v} > 0$, alors le mouvement est ……………………………



Cas b : Si $\vec{a} \cdot \vec{v} < 0$, alors le mouvement est ……………………………..



C/ Le repère de Frenet

Pour les mouvements circulaires, l'étude cinématique du point M en coordonnées cartésiennes est complexe et fait intervenir les fonctions trigonométriques. Le repère de Frenet, centré sur M, permet de contourner cette difficulté. On lui associe deux vecteurs :
$\overrightarrow{u_T}$: vecteur unitaire tangentiel à la trajectoire orienté dans le sens du mouvement ;
$\overrightarrow{u_n}$: vecteur unitaire, orthogonal à la trajectoire et dirigé vers le centre de la courbure.

Dans le repère de Frenet, le vecteur vitesse v(t) s'exprime : $\vec{v}(t) \begin{pmatrix} v(t) \\ 0 \end{pmatrix}$

Le vecteur accélération s'exprime :