Correction exercices

29 Les dangers du radon

1. ${}^{222}_{86}\text{Rn} \rightarrow {}^{218}_{84}\text{Po} + {}^{4}_{2}\text{He}$ (radioactivité α)

${}^{223}_{86}\text{Rn} \rightarrow {}^{223}_{87}\text{Fr} + {}^{0}_{-1}\text{e}$ (radioactivité β^-)

2. $A(t_{1/2}) = \dfrac{A_0}{2}$, on peut alors lire graphiquement que $A = \dfrac{A_0}{2}$ pour $t_{1/2} = 4$ jours.

3. Au bout de n demi-vies, $A = \dfrac{A_0}{2^n}$, donc :

t (jours)	0	4,0 ($= t_{1/2}$)	8,0 ($= 2t_{1/2}$)	16,0 ($= 4\,t_{1/2}$)
A (Bq)	$8{,}0 \times 10^6$	$4{,}0 \times 10^6$	$2{,}0 \times 10^6$	$5{,}0 \times 10^5$

4. Le radon 222 est formé naturellement à la suite de la désintégration de l'uranium 238. Si la vitesse de formation du radon est égale à la vitesse à laquelle il se désintègre, alors le nombre de noyaux de radon 222 présents dans l'atmosphère reste constant et il est normal que l'activité du radon reste constante au cours du temps.

5. $A = 60{,}0 \times n = 60{,}0 \times 10{,}5 = 630\ \text{Bq} \cdot \text{m}^{-3}$.

Or la norme européenne prévoit de ne pas dépasser $400\ \text{Bq} \cdot \text{m}^{-3}$. Le propriétaire de cette cave doit donc rapidement prendre des mesures pour améliorer la qualité de l'air dans sa cave, comme installer une ventilation adaptée efficace (type VMC).

28 Côté maths

Résoudre une équation différentielle du premier ordre

1. $\dfrac{dN(t)}{dt} = -\lambda \times N(t)$.

2. La solution de cette équation différentielle est de la forme : $N(t) = A \times e^{-\lambda \times t}$.

Condition initiale : $N(0) = A = N_0 = 3{,}0 \times 10^7$ noyaux.

Donc $N(t) = 3{,}0 \times 10^7 \times e^{-9{,}1 \times 10^{-13} \times t}$.

31 Résolution de problème

La gestion des déchets nucléaires

1re étape : Bien comprendre la question posée

1. Comment classe-t-on la durée de vie d'un radioélément ?

2. Quelles sont les valeurs de l'activité permettant de choisir un type de stockage ?

3. Comment évolue l'activité au cours du temps en utilisant la demi-vie ?

2e étape : Lire et comprendre les documents

1. Les trois radioéléments sont à vie courte (curium) ou longue (américium et plutonium).

2. Ils ont une haute activité lorsqu'ils sont produits dans la centrale. Il faut donc envisager un stockage en couche géologique profonde.

3. Pour modifier le type de stockage des déchets à longue vie, il faudrait que leur activité devienne inférieure à $10^6\ \text{Bq} \cdot \text{g}^{-1}$.

3e étape : Dégager la problématique

Déterminer la durée au bout de laquelle l'activité d'un radioélément lui permettrait de changer de mode de stockage.

4e étape : Construire la réponse

- Déterminer le type d'activité de chaque radioélément ainsi que le type de durée de vie.
- En déduire le type de stockage initial de chaque radioélément.
- Exprimer la durée t en fonction de $A(t)$, A_0 et $t_{1/2}$.
- Déterminer t pour que le radioélément change de mode de stockage.
- Comparer avec la durée d'une vie humaine (environ 80 ans).

5e étape : Rédiger la réponse en trois paragraphes

- **Présenter le contexte et introduire la problématique.**

Pour connaître la date à laquelle un déchet nucléaire contenant un radioélément peut changer de mode de stockage, il est nécessaire de déterminer la durée au bout de laquelle l'activité d'un gramme du radioélément, atteint les valeurs qui permettent un tel changement.

- **Mettre en forme la réponse.**

- Déterminer le type d'activité de chaque radioélément ainsi que le type de durée de vie.

Le radioélément curium est à vie courte et les radioéléments américium et plutonium sont à vie longue. Ils ont tous les trois une haute activité lorsqu'ils sont produits dans la centrale.

- En déduire le type de stockage initial de chaque radioélément.

Il faut envisager un stockage en couche géologique profonde pour les trois.

- Exprimer la durée t en fonction de $A(t)$, A_0 et $t_{1/2}$.

$$A(t) = A_0 \times \exp(-\lambda \times t) \Leftrightarrow \exp(-\lambda \times t) = \frac{A(t)}{A_0}.$$

$$\ln(\exp(-\lambda t)) = \ln\left(\frac{A(t)}{A_0}\right) \Leftrightarrow -\lambda \times t = \ln\left(\frac{A(t)}{A_0}\right)$$

$$\Leftrightarrow t = -\frac{1}{\lambda} \times \ln\left(\frac{A(t)}{A_0}\right)$$

$$t_{1/2} = \frac{\ln(2)}{\lambda} \Leftrightarrow \lambda = \frac{\ln(2)}{t_{1/2}}$$

$$t = -\frac{1}{\lambda} \times \ln\left(\frac{A(t)}{A_0}\right) \Leftrightarrow t = -\frac{t_{1/2}}{\ln(2)} \times \ln\left(\frac{A(t)}{A_0}\right).$$

• Déterminer t pour que le radioélément change de mode de stockage.
Le curium peut être stocké en surface dans un site dédié si son activité devient inférieure ou égale à 10^9 Bq·g^{-1}.

$$t=-\frac{t_{\frac{1}{2}}}{\ln(2)}\times\ln\left(\frac{A(t)}{A_0}\right)=-\frac{28{,}6}{\ln(2)}\times\ln\left(\frac{10^9}{610^9}\right)=74\text{ ans}.$$

Les radioéléments américium et plutonium peuvent être stockés en surface dans un site dédié si leur activité devient inférieure ou égale à 10^6 Bq·g^{-1}.
Pour l'américium :

$$t=-\frac{t_{\frac{1}{2}}}{\ln(2)}\times\ln\left(\frac{A(t)}{A_0}\right)=-\frac{152}{\ln(2)}\times\ln\left(\frac{10^6}{6\times10^9}\right)=1\,908\text{ ans}.$$

Pour le plutonium :

$$t=-\frac{t_{\frac{1}{2}}}{\ln(2)}\times\ln\left(\frac{A(t)}{A_0}\right)=-\frac{2{,}41\times10^4}{\ln(2)}\times\ln\left(\frac{10^6}{6\times10^9}\right)$$

$t=3{,}0\times10^5$ ans.

• Comparer avec la durée d'une vie humaine (environ 80 ans).
Pour l'américium et le plutonium, la durée est très supérieure à celle d'une vie humaine, alors que pour le curium elle en est du même ordre.

• Conclure et introduire, quand c'est possible, une part d'esprit critique.
On peut envisager pour le curium, de modifier le type de stockage à l'échelle d'une vie humaine, ce qui ne l'est pas pour l'américium et le plutonium.

33 CORRIGÉ La datation à l'uranium 238

1. Par détermination graphique : $t_{1/2}=4{,}5\times10^9$ an.

$$\lambda=\frac{\ln(2)}{t_{1/2}}=\frac{\ln(2)}{4{,}5\times10^9}=1{,}5\times10^{-10}\text{ an}^{-1}.$$

2. Le nombre initial de noyaux d'uranium 238 : $N_0=5{,}0\times10^{12}$.
L'équation différentielle vérifiée par $N(t)$ peut s'écrire :

$$\frac{dN(t)}{dt}=-\lambda N(t).$$

La fonction dérivée $\frac{dN(t)}{dt}$ est proportionnelle à la fonction N.

La solution est donc de la forme : $N(t)=A\times e^{-\lambda\times t}$.

On exprime la condition initiale :

$N(0)=N_0 \Leftrightarrow A=N_0=5{,}0\times10^{12}$.

La solution s'écrit : $N(t)=N_0\times e^{-\lambda\times t}$

soit $N(t)=5{,}0\times10^{-12}\times e^{-1{,}5\times10^{-10}\times t}$.

3. $N_0=N(t)+N_{Pb}$.

4. $N(t)=N_0-N_{Pb}=4{,}5\times10^{12}$
soit t égal à $0{,}5\times10^9$ an $=5\times10^8$ an (500 millions d'années).
Cela est bien compatible avec la fin de la première ère interglaciaire.